INSTRUCCIONES.

Instrucciones

Después de haber leído y estudiado la parte 2 de la asignatura, lea los problemas e intente resolverlos. Las soluciones se proporcionarán a **mediados del mes de noviembre**. No emplee este documento para decidir qué partes del temario estudiar y cuáles no.

Problemas propuestos

1. Calcule la impedancia acústica del aire en condiciones normales de presión y temperatura.

Solución:
La impedancia acústica viene dada por la fórmula $z = \rho c$. Lo más sencillo es aplicarla directamente, sabiendo que para el aire en condiciones normales $c \simeq 346\,\mathrm{m/s}$ (ver ejemplo en los apuntes) y que la densidad del gas es

$$\rho = nM = \frac{P}{RT}M$$

entonces dada la masa molar promedio del aire $M \simeq 0{,}029\,\mathrm{kg\,mol^{-1}}$ y las condiciones normales de presión y temperatura, $P = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T \simeq 298\,\mathrm{K}$,

$$z = \frac{PM}{RT}c \simeq \frac{10^5 \times 0{,}029}{8{,}31 \times 298}346 \simeq 1{,}17 \times 346 \simeq 405\,\mathrm{Pa\,m^{-1}\,s}$$

2. Calcule el ángulo límite, o de reflexión total, entre los medios aire y agua.

Solución:
El ángulo límite se refiere siempre a la reflexión desde el medio de *menor velocidad* al de *mayor velocidad*. Por tanto, sólo tiene sentido definirlo para sonidos que desde el aire —menor velocidad del sonido— inciden en la superficie del agua —mayor velocidad del sonido—. En tal caso, el ángulo límite viene dado por:

$$\theta_{\mathrm{L}} = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{c_{\mathrm{aire}}}{c_{\mathrm{agua}}}\right) \simeq \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{350}{1500}\right) \simeq 13^\circ$$

Es decir, una onda acústica que se separe más de 13° de la vertical de la superficie del agua no tendrá posibilidad de ser percibida en el seno de ésta. Por eso los submarinistas hablan del *mundo del silencio* cuando se refieren al medio subacuático.

3. En ciertas condiciones atmosféricas medimos que el coeficiente de atenuación acústica del aire, para una frecuencia de 1 kHz, es de $10^{-3}\,\mathrm{m}^{-1}$. Expresar la atenuación del aire en decibelios por kilómetro a esa frecuencia.

Solución:

En un medio con absorción, la intensidad sonora se ve corregida por un factor

$$e^{-2\alpha r}$$

(ver ecuación 5.43 de los apuntes, en este caso modificada para que α aparezca explícitamente) donde r es la distancia a la fuente. Podemos definir una nueva α' como la atenuación medida en dB/km Para ello, tomamos el logaritmo en base 10 de la expresión anterior y lo multiplicamos por 10 (definición de decibelio)

$$10\log_{10}(e^{-2\alpha r}) = -20\alpha r\log_{10}(e)$$

Prescindiendo del signo negativo (que nos informa de lo que ya sabíamos, esto es, que hay atenuación) definimos α' como la expresión anterior cuando $r = 1000\,\mathrm{m}$

$$\alpha' = 20\alpha r\log_{10}(e) \simeq 20 \times 1000 \times 0{,}4343 \times \alpha \simeq 8686\alpha$$

Tomando el valor de α del enunciado, $\alpha = 10^{-3}\,\mathrm{m}^{-1}$ entonces,

$$\alpha' \simeq 8{,}7\,\mathrm{dB/km}$$

4. Un submarino tiene un sónar que, en condiciones de funcionamiento, proporciona 60 dB de nivel sonoro medibles a 1 metro de distancia. El sónar produce pulsos de señal de 5 kHz. ¿Es audible la señal del sonar en la superficie del mar, si el submarino se encuentra a 50 m de profundidad?

Ayuda: Suponemos que no hay absorción del medio. La velocidad del sonido en agua de mar tómese como $c = 1560\,\mathrm{m/s}$ y su densidad $\rho = 1028\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. La compensación de sensibilidad acústica a esa frecuencia, según la ponderación de la escala A, es de $+1\,\mathrm{dB}$.

Solución:

Suponemos que el sónar es un dispositivo puntual, de forma que radia su sonido en forma de ondas esféricas. Por tanto, la intensidad sonora decae como $1/r^2$ desde el punto de emisión,

$$10\log\frac{1}{r^2} = -20\log r$$

a 50 m estamos 50 veces más lejos que el punto de referencia de nivel sonoro (60 dB a 1 metro); por tanto, tomando $r = 50$, tenemos,

$$-20\log 50 \simeq -34\,\mathrm{dB}$$

Es decir, perdemos 34 dB desde el submarino hasta el nivel de superficie. Pero una vez allí, el sonido tiene que pasar la frontera agua-aire; por la fórmula 5.36, la transmitancia de una frontera depende de las impedancias acústicas de ambos medios:

$$\mathcal{T} = \frac{4z_1z_2}{(z_1+z_2)^2}$$

Sabemos que para el aire, $z_{\text{aire}} \simeq 405\,\text{Pa}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}$. Para el agua, podemos deducirla aplicando la relación $z = \rho c$ con los datos del enunciado

$$z_{\text{agua}} = 1028 \times 1560 \simeq 1{,}6 \cdot 10^6\,\text{Pa}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}$$

Como $z_{\text{agua}} \gg z_{\text{aire}}$, la fórmula 5.36 se puede simplificar a

$$\mathcal{T} \simeq \frac{4z_{\text{aire}}}{z_{\text{agua}}}$$

Sustituyendo,

$$\mathcal{T} \simeq 0{,}001$$

o, en términos de dB

$$10\log(\mathcal{T}) \simeq -30\,\text{dB}$$

Es decir, que la transmisión a través de la frontera agua-aire supone otros 30 dB de pérdida. Por tanto, el nivel sonoro percibido, teniendo en cuenta la compensación de sensibilidad acústica de $+1\,\text{dB}$:

$$L = 60 - 34 - 30 + 1 = -3\,\text{dB}$$

es decir, estamos por debajo del umbral de audición y el sónar no es percibido en la superficie.

5. ¿Cual es la suma energética de las mediciones 32, 33, 31 dB? Calcule el valor usando las sumas de dos a dos y empleando que $L = 10\log\sum 10^{0,1L_i}$

Solución:

Hay dos maneras de proceder. Podemos utilizar:

$$L = 10\log(10^{31/10} + 10^{32/10} + 10^{33/10}) = 36{,}85\,\text{dB}$$

o bien, usar

$$A = -0{,}0665 + 3{,}148\,e^{-B/5{,}425}$$

donde A son los dB que se añade al valor más alto y B es la diferencia entre los niveles en dB. De esta segunda manera, se suman dos a dos, ordenando de menor a mayor.

Primero 31 y 32 dan $B = 1$ y entonces $A = 2{,}55$ que se suma al mayor. Así, la siguiente suma es 34,55 y 33 que da $B = 1{,}55$ y $A = 2{,}28$. Con lo cual el resultado final es $34{,}55 + 2{,}28 = 36{,}83 \sim 37\,\text{dB}$.

6. Supongamos que una fuente sonora, de intensidad I_2, es 16 veces superior a una fuente de ruido, I_1, Si los niveles sonoros respectivos se relacionan por la fórmula $L_2 = L_1 + X$ ¿Cuanto valdrá X?

Solución:

$$X = 10 \log (I_2/I_1) = 10 \log 16$$

Como $2^4 = 16$, y $\log 2 \simeq 0{,}3$ entonces

$$X = 4\,(10 \log 2) \simeq 4 \times 3 = 12\,\mathrm{dB}$$

7. Demuestre explícitamente cómo se llega a la expresión:

$$\mathrm{SEL} = L_{A\mathrm{eq}}(T) + 10 \log \frac{T}{T_0}$$

Solución:

Como

$$L_{A\mathrm{eq}}(T) = 10\ \log \frac{T_0}{T} \sum_T 10^{L_i/10}\, t_i$$

y

$$\mathrm{SEL} = 10\ \log \sum_T\ 10^{L_i/10}\, t_i$$

pues entonces

$$L_{A\mathrm{eq}}(T) = 10\ \log \frac{T_0}{T} + 10 \log \sum_T 10^{L_i/10}\, t_i = \mathrm{SEL} + 10\ \log \frac{T_0}{T} = \mathrm{SEL} - 10\ \log \frac{T}{T_0}$$

Por tanto, despejando SEL

$$\mathrm{SEL} = L_{A\mathrm{eq}}(T) + 10\ \log \frac{T}{T_0}$$

8. Un trabajador de un aeropuerto está expuesto a un ruido de 100 dBA durante 1h en su jornada laboral. Calcule el nivel de exposición diaria equivalente. ¿Considera que este es un valor muy elevado? (Argumente de forma razonada)

Solución:

$$L_{A\mathrm{eq,d}} = 100 + 10 \log \frac{1}{8} = 90{,}9\,\mathrm{dBA}$$

En la sección 6.3.3 de los apuntes, que trata sobre la exposición laboral al ruido, se establece un límite para el nivel diario equivalente ($L_{A\mathrm{eq,d}}$) de 87 dBA (R.D.

286/2006). A falta de computar la ponderación de sensibilidad por frecuencia en la escala A —sobre la frecuencia del ruido no tenemos datos— cabe aventurar que el valor que obtendríamos se encuentraría posiblemente más allá del límite, por lo que las condiciones laborales de este trabajador no son aceptables.

9. En una determinada y probablemente indeseada festividad, a un individuo se le ocurre lanzar un potente petardo que explota en el aire a 5 m de nosotros. La presión sonora que genera el artefacto es de 10 Pa.
   (a) Si el ruido más pequeño que puede detectar el oído humano tiene una intensidad de 10^{-12} W/m^2 ¿Cual es la intensidad del sonido que entra en nuestros desgraciados oídos?
   (b) ¿A cuantos decibelios corresponde?
   (c) ¿A qué distancia tendría que haber explotado el dichoso petardo para que nos encontrásemos en el umbral de dolor?

Solución:
a) Si $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^2$ y si $P_0 = 20\mu$Pa, tenemos que $I = 0{,}25$ W/m^2
b) $20 \log P/P_0 = 114$ dB
c) Para resolver esta cuestión tenemos que suponer que la energía de la onda se propaga en ondas esféricas de forma que:

$$I \propto \frac{1}{4\pi r^2}$$

Por tanto:

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{P'}{P}\right)^2$$

Y entonces:

$$\frac{P'}{P} = \frac{r}{r'}$$

El umbral del dolor se alcanza a los 120 dB. Esto supone $P' = 20$ Pa. como $r = 5$m y $P = 10$ Pa, obtenemos que $r' = 2{,}5$ m. Por los pelos.

10. El nivel sonoro de una sirena se mide a 100 m de distancia con un resultado de 40 dB. Se repite la medida a 500 m con el resultado de 21 dB. La sirena emite una señal ululante en torno a 1 kHz ¿Hay atenuación por absorción del medio a esa frecuencia? ¿Cuánto vale esa atenuación en dB? ¿cuál es el coeficiente de atenuación del medio en m^{-1} y dB/km?

    Ayuda: suponemos que la sirena es una fuente de sonido puntual.

Solución:

Dado que la sirena es una fuente puntual, la relación entre las intensidades sonoras medidas a dos distancias distintas —invocando únicamente la emanación de una fuente puntual— será inversamente proporcional al cociente de ambas distancias al cuadrado, esto es:

$$\frac{I_{500}}{I_{100}} = \left(\frac{500}{100}\right)^{-2} = \frac{1}{25}$$

Tomamos los niveles sonoros teóricos:

$$L_{500} - L_{100} = 10 \log \frac{I_{500}}{I_{100}} = -10 \log 25 \simeq -14\,\mathrm{dB}$$

Es decir, que la diferencia de niveles sonoros medidos a una distancia de 100 y 500 metros debe ser de unos 14 decibelos. Sin embargo, las medidas reales nos dan,

$$L'_{500} - L'_{100} = 21 - 40 = -19\,\mathrm{dB}$$

es decir, hay una atenuación extraordinaria de 5 dB que es posible explicar por la absorción del medio. Puesto que esta absorción se produce en un intervalo de 400 metros, el coeficiente de atenuación expresado en dB/km será

$$\alpha' = 5\frac{1\,000}{400} = 12{,}5\,\mathrm{dB/km}$$

El coeficiente de atenuación en m^{-1} se obtiene a partir de la relación entre éste y α' a partir de la expresión $\alpha' = -20\alpha r \log_{10}(e)$ (prescindiendo del signo) cuando $r = 1\,000\,\mathrm{m}$

$$\alpha' = 20\alpha r \log_{10}(e) \simeq 20 \times 1\,000 \times 0{,}4343 \times \alpha \simeq 8\,686\alpha$$

Puesto que tenemos α', entonces:

$$\alpha = \frac{\alpha'}{8\,686} \simeq 1{,}4 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^{-1}$$

11. En una habitación se produce un sonido cuya componente en la frecuencia de 1 kHz tiene un nivel sonoro de 80 dB. Suponemos que las ondas sonoras llegan a uno de los tabiques de la habitación sin pérdidas, incidiendo de forma normal al mismo. Al otro lado del tabique se miden 33 dB. El tabique tiene 3 cm de grosor y está hecho de un material ligero, tipo pladur, de una densidad de $800\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Calcular cuál es el coeficiente de absorción $\mathcal{A}$ del tabique a esa frecuencia y la distancia de penetración, δ del material.

Solución:

La transmitividad total del tabique la representaremos por $\mathcal{T}'$ y la obtenemos indirectamente a partir de los datos del problema referidos a las intensidades incidente y transmitida:

$$\mathcal{T}' = \frac{I_t}{I_o}$$

A su vez, las intensidades las conocemos a través de los niveles de presión sonora, dados genéricamente por $L = 10\log(I)$, de donde $I = 10^{L/10}$; por tanto,

$$\mathcal{T}' = \frac{10^{\frac{L_t}{10}}}{10^{\frac{L_o}{10}}} = 10^{\frac{L_t - L_o}{10}}$$

Sustituyendo $L_t = 33$ y $L_o = 80$,

$$\mathcal{T}' = 10^{-\frac{47}{10}} \simeq 1{,}99 \times 10^{-5}$$

Por otro lado la transmitividad teórica, excluyendo la absorción, viene dada por la fórmula 5.38:

$$\mathcal{T} = \left(\frac{2z_1}{\rho_2 \omega l}\right)^2$$

donde $z_1 = 405\,\mathrm{Pa\,m^{-1}\,s}$ es la impedancia acústica del aire, $\rho_2 = 800\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ es la densidad del tabique, $\omega = 2\pi \cdot 1\,000\,\mathrm{s^{-1}}$ es la frecuencia angular y $l = 0{,}03\,\mathrm{m}$ el espesor del tabique; introducimos estos datos en la fórmula,

$$\mathcal{T} = \left(\frac{2 \cdot 405}{800 \cdot 2\pi \cdot 1\,000 \cdot 0{,}03}\right)^2 = 2{,}88 \times 10^{-5}$$

Y el coeficiente de absorción viene dado por la fórmula 5.44

$$\mathcal{A} = \mathcal{T} - \mathcal{T}' = 8{,}84 \times 10^{-6}$$

Para calcular la distancia de penetración, δ, aplicamos la relación:

$$\frac{\mathcal{T}'}{\mathcal{T}} = e^{-\frac{2l}{\delta}}$$

Tomamos el logaritmo neperiano en ambos miembros y sustituimos $\mathcal{T}$ y $\mathcal{T}'$:

$$-\frac{2l}{\delta} = \ln\frac{1{,}99 \times 10^{-5}}{2{,}88 \times 10^{-5}} = -0{,}367$$

de donde

$$\delta = \frac{2l}{0{,}367} \simeq 16\,\mathrm{cm}$$

12. Si una persona recibe una onda con nivel de presión de 30 dB y frecuencia de 2000 Hz ¿Cuál es el nivel de presión que está persona siente?
Ayuda: Úsese la escala de ponderación tipo A: $A = -125{,}42 + 74{,}185\,B - 10{,}814\,B^2$ donde A son dB y $B = \log f$ con f frecuencia en Hz.

Solución:

Primero hacemos: $B = \log 2000 = 3{,}3$. A continuación se sustituye en la fórmula proporcionada en el enunciado y y obtenemos que $A = +1{,}62$. Finalmente sumamos esta última cantidad a 30 para obtener el resultado final de 32 dBA.